

CAPITULO 2

ECUACION DEL MOVIMIENTO

2.1 OBJETO DEL CAPITULO.

El objeto de este capítulo es la determinación de la velocidad de traslación a la que pueden funcionar las máquinas de movimiento de tierras durante su trabajo. Para dicho cálculo será necesario conocer las características de la máquina (peso, potencia) y las del terreno sobre el que se desplaza y su pendiente.

En este capítulo se estudiarán los tipos de tracción de las máquinas y los tipos de resistencia al movimiento.

2.2 ESFUERZO TRACTOR.

2.2.1 TRACCION DISPONIBLE.

Una máquina dispondrá de una potencia para desplazarse producida por el motor (unidad motriz) y que se aplicará en las ruedas motrices mediante la transmisión. Al esfuerzo, producido por el motor y la transmisión, se denominará tracción disponible o esfuerzo de tracción a la rueda, siendo ésta el diámetro total del neumático, o en el caso de cadenas el diámetro de la rueda cabilla (rueda motriz). La definición de esta tracción es, por tanto, la fuerza que un motor puede transmitir al suelo.

La tracción disponible se puede calcular de forma aproximada para cada velocidad de marcha mediante la expresión:

$$T_D \text{ (Kg)} = 367 \times \frac{\text{Potencia (Kw)} \times \text{Rend. Transmisión}}{\text{Velocidad (km/h)}}$$

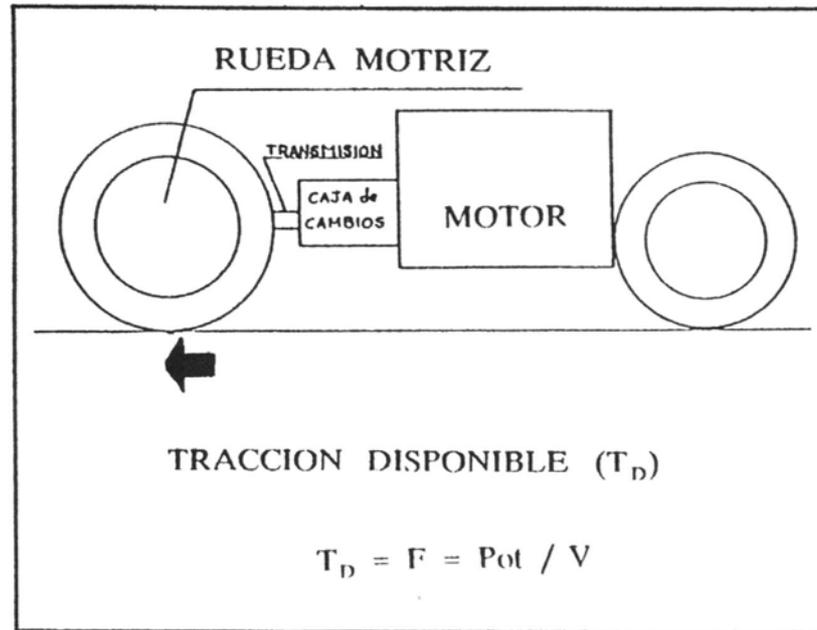


Fig. 2.1

El rendimiento de la transmisión, también llamado eficiencia mecánica, es la relación entre potencia que llega al eje motriz y potencia del motor. Los valores más comunes se encuentran entre el 70% y el 85%.

2.2.2 TRACCION UTILIZABLE.

La máquina en función de su peso dispondrá de una fuerza determinada que se llama tracción utilizable. Esta tracción depende del porcentaje del peso que gravita sobre las ruedas motrices, que es útil para empujar o tirar del vehículo, y de las superficies en contacto, especialmente área, textura y rugosidad, tanto de las ruedas motrices como del suelo.

Para calcular la tracción utilizable se ha de multiplicar el peso total que gravita sobre las ruedas motrices por el factor de eficiencia a la tracción o coeficiente de tracción, cuyos valores más comunes se encuentran en la tabla 2.1.

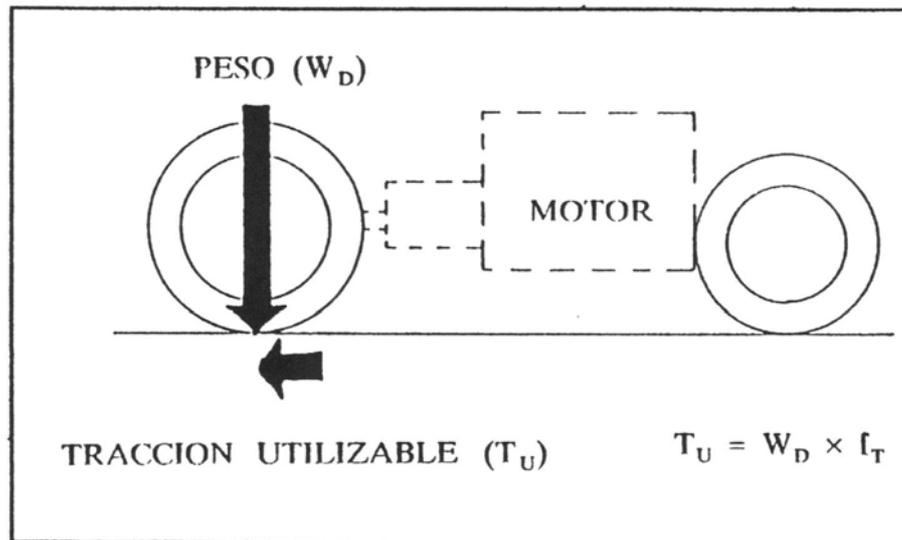


Fig. 2.2

En caso de pendiente sería su componente normal, $W \cos \alpha$, Fig. 2.3.

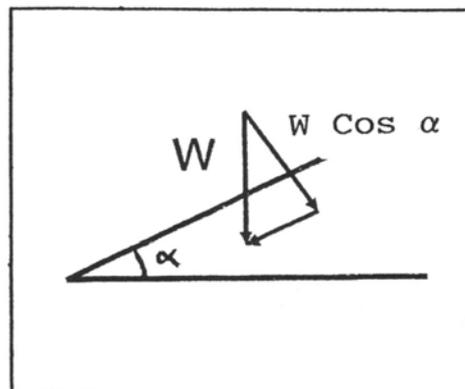


Fig. 2.3

La tracción utilizable es independiente de la potencia del motor y se calcula mediante la expresión:

$$T_U (\text{Kg}) = W_D (\text{Kg}) \times f_T (\text{en } \%)$$

siendo W_D el peso que soportan las ruedas motrices y f_T el coeficiente de tracción en %.

En el cálculo de la adherencia hay que tener en cuenta el número de ruedas motrices y la carga soportada por las mismas, que se denomina peso adherente.

En los vehículos que llevan ruedas motrices y ruedas portantes se puede admitir en primera aproximación que las ruedas motrices soportan entre 1/2 y 2/3 de la carga total.

| FACTORES DE TRACCION f_T | | |
|--------------------------------------|------------|---------|
| TIPOS DE TERRENO | NEUMATICOS | CADENAS |
| Hormigón o asfalto | 0,90 | 0,45 |
| <i>Arcilla seca</i> | 0,55 | 0,90 |
| <i>Arcilla húmeda</i> | 0,45 | 0,70 |
| <i>Arcilla con huellas de rodada</i> | 0,40 | 0,70 |
| Mena seca | 0,20 | 0,30 |
| <i>Mena húmeda</i> | 0,40 | 0,50 |
| <i>Canteras</i> | 0,65 | 0,55 |
| <i>Camino de grava suelta</i> | 0,36 | 0,50 |
| <i>Nieve compacta</i> | 0,20 | 0,27 |
| <i>Hielo</i> | 0,12 | 0,12 |
| <i>Tierra firme</i> | 0,55 | 0,90 |
| <i>Tierra suelta</i> | 0,45 | 0,60 |
| <i>Carbón apilado</i> | 0,45 | 0,60 |

Tabla 2.1 Factores de tracción.

En movimiento de tierras hay tendencia a elegir, siempre que sea posible, maquinaria de tracción total, es decir, tracción a todos los ejes; en el caso de camiones dUMPers y dUMPers articulados, que se verán en el capítulo correspondiente, la tracción puede estar aplicada al eje de dirección y a los posteriores.

Hoy todas las cargadoras son de tracción total, es decir, a los dos ejes, y esto se simplifica con el sistema articulado, en donde la dirección se realiza actuando en la articulación con cilindros hidráulicos, en vez de poner los dispositivos con la complejidad mecánica que llevan los tractores agrícolas con tracción también al eje de dirección delantera, en los cuales no se puede obviar este problema al ser rígidos.

En los tractores y cargadoras de cadenas todo su peso es tracción utilizable.

2.3 BALANCE ENTRE TRACCION DISPONIBLE Y TRACCION UTILIZABLE

Una vez estudiados los tipos de tracción habrá que ver el movimiento del vehículo. Dicho movimiento se basa en la reacción de sus ruedas o cadenas sobre el terreno, al cual le transmite el esfuerzo T_D que produce el par motor.

Si el esfuerzo de tracción T_D es mayor que el esfuerzo máximo de reacción del terreno T_U se produce el deslizamiento, por lo que las ruedas patinan y la máquina avanza menos o puede llegar a detenerse.

Por el contrario cuando T_U es mayor que T_D hay adherencia entre ruedas y suelo y el vehículo avanza correctamente.

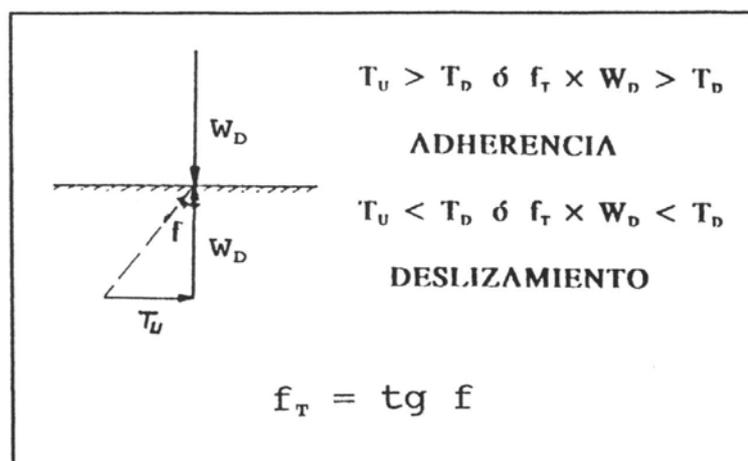


Fig. 2.4

De todo lo anterior se deduce que de nada sirve que una máquina tenga un grupo propulsor muy potente (que desarrolla mucha tracción disponible), si no tiene el peso suficiente para conseguir un esfuerzo tractor (tracción utilizable). Por lo tanto, uno de los criterios de elección de una máquina de movimiento de tierras es el de elegir máquinas con un equilibrio entre el grupo motopropulsor y el peso de la misma. Se entiende por grupo motopropulsor el conjunto de motor y órganos de transmisión con sus reductoras.

2.4 RESISTENCIA A LA TRACCION

2.4.1 RESISTENCIA A LA RODADURA.

Es la resistencia principal que se opone al movimiento de un equipo sobre una superficie plana.

Se admite que es proporcional al peso total del vehículo, y se expresa por:

$$R_R (Kg) = f_R (Kg/t) \times W (t)$$

siendo:

R_R : Resistencia a la rodadura

f_R : factor de resistencia a la rodadura

W : peso del vehículo.

La resistencia a la rodadura depende del tipo de terreno y tipo de elementos motrices, neumáticos o cadenas. Los valores más frecuentemente utilizados se recogen en la Tabla 2.2.



Fig. 2.5

| TERRENO | RUEDAS | | CADENAS |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|--------------|---------|
| | Alta presión* | Baja presión | |
| Hormigón liso | 17 | 22 | 27 |
| Asfalto en buen estado | 20-32 | 25-30 | 30-35 |
| Camino firme, superficie plana, ligera flexión bajo la carga (buenas condiciones) | 20-35 | 25-35 | 30-40 |
| Camino blando de tierra(superficie irregular con una penetración de neumáticos de 2 a 3 cm) | 50-70 | 35-50 | 40-45 |
| Camino blando de tierra(superficie irregular, con una penetración de neumáticos de 10 a 15 cm) | 90-110 | 75-100 | 70-90 |
| Arena o grava suelta | 130-145 | 110-130 | 80-100 |
| Camino blando, fangoso, irregular o arenoso con más de 15 cm de penetración de los neumáticos | 150-200 | 140-170 | 100-120 |

*Se puede considerar alta presión $> 5 \text{ Kg/cm}^2$, llevando ésta dúmpers y traillas.

Tabla 2.2 Factores de resistencia a la rodadura f_R (Kg/t).

En general cualquier vehículo de ruedas con neumáticos debe vencer una resistencia del orden de 20 Kg/t cuando se desplaza sobre caminos o carreteras donde las cubiertas no acusan ninguna penetración.

Dicha resistencia aumentará en torno a 6 Kg/t por cada incremento de penetración de las ruedas en el terreno de 1 cm. Esta resistencia también engloba la fricción de los engranajes internos y la flexión lateral de los neumáticos.

Existe una expresión que calcula, aproximadamente, el coeficiente de resistencia a la rodadura: $f_R = 20 + 4 h$, siendo h la deformación del neumático y el hundimiento del suelo (o huella bajo la carga) medida en centímetros.

De todas formas, decir que hay una resistencia a la rodadura fija para un determinado tipo de carretera o camino es erróneo, puesto que el tamaño del neumático, la presión de inflado y la velocidad hacen variar dicha resistencia. Como en movimiento de tierras las velocidades son menores de 80

Km/h, puede considerarse que no afecta la velocidad. Simplificando, se pueden asignar valores generales a varios tipos de firmes, Tabla 2.2.

2.4.2 RESISTENCIA A LA PENDIENTE.

Es la componente del peso del vehículo paralela al plano de rodadura. La expresión de dicha resistencia es:

$$R_P = W \times \text{sen } \alpha \rightarrow R_P (\text{Kg}) = 1000 \times W(t) \times \text{sen } \alpha$$

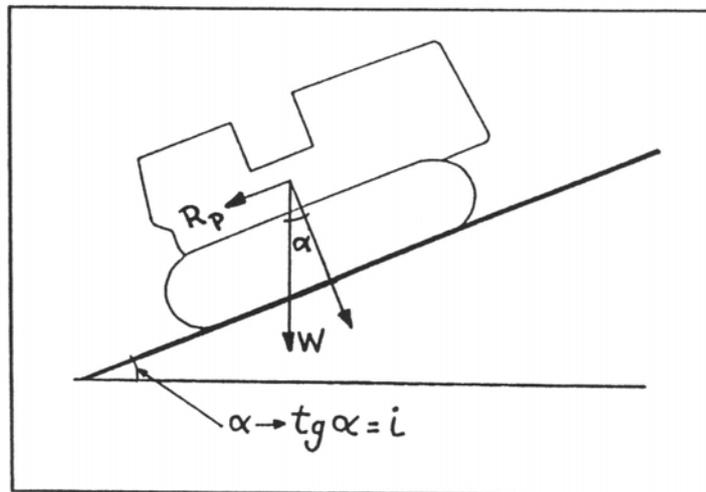


Fig. 2.6

Y para pendientes de hasta el 20% se puede hacer la siguiente simplificación:

$$\text{sen } \alpha = \text{tan } \alpha = \frac{i}{100} ; i (\text{en } \%) \rightarrow R_P (\text{Kg}) = \pm 10 \times i \times W(t)$$

siendo (+) si el vehículo sube y (-) si baja.

Por consiguiente la resistencia en rampa (o la resistencia a la pendiente) es de 10 Kg/t por cada 1% de rampa (o de pendiente). Recíprocamente 1% de pendiente (o de rampa) equivale a 10 Kg/t de incremento de esfuerzo tractor.

De todo lo anterior se obtiene que la cantidad de Kg-fuerza de tracción requeridos para mover un vehículo es la suma de los necesarios para vencer la resistencia a la rodadura y los requeridos para vencer la resistencia a la pendiente, es decir:

$$R_{total} = R_R + R_P = f_R \times W \pm 10 \times i \times W$$

$$R_{total} (Kg) = 10 \times W(t) \times \left(\frac{f_R (Kg/t)}{10} \pm i \right)$$

donde $f_R/10$ se puede poner como una pendiente equivalente. A continuación se desarrolla una aplicación de las expresiones anteriores.

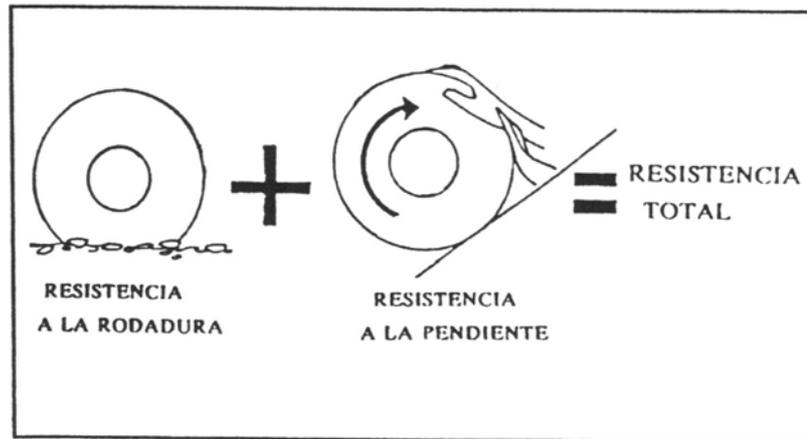


Fig. 2.7

Dada una máquina cuyo peso es de $W = 22 \text{ t}$, la cual se desplaza por una superficie que tiene una pendiente $i = -3\%$ y con un coeficiente de resistencia a la rodadura de 50 Kg/t que equivale a una pendiente ficticia del 5% , se pide calcular la resistencia total que tiene que vencer la máquina en sus desplazamientos. Dicha resistencia total será:

$$R_t = 50 \text{ Kg/t} \times 22 \text{ t} - 3\% \times 22.000 \text{ Kg} = 440 \text{ Kg}$$

o bien:

$$R_t = 10 \times 22 \times (5 - 3) = 440 \text{ Kg}$$

2.4.3 RESISTENCIA A LA ACELERACION

Es la fuerza de inercia. Supuesta una aceleración uniforme para pasar de la velocidad v_1 a v_2 en un tiempo t :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

La resistencia para acelerar la masa de un vehículo de peso $W(t)$ será:

$$R_A = \frac{W}{g} \times a = 1.000 \times \frac{W}{9,81} \times \frac{1.000 \times (v_2 - v_1)}{3.600 \times t} = 28,29 \times \frac{W \times (v_2 - v_1)}{t}$$

para $v_1 = 0$ y $v_2 = v$ quedará:

$$R_A (Kg) = 28,29 \times W(t) \times \frac{v(km/h)}{t(seg)}$$

También Se puede expresar esta resistencia en función de la distancia recorrida por el vehículo, $d(m)$:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{d/v} = \frac{(v_2 - v_1)}{d} \times \frac{(v_2 + v_1)}{2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d}$$

sustituyendo este valor de aceleración en la expresión de la resistencia a la aceleración resulta:

$$R_A = \frac{W}{9,81} \times \frac{v_2^2 - v_1^2}{2d} = 3,93 \times W(t) \times \frac{v_2^2 (Km/h) - v_1^2 (Km/h)}{2d(m)}$$

Por ejemplo, si un vehículo, desplazándose cuesta abajo, quiere frenar en una distancia d (m), cuando circule a una velocidad v (Km/h), el esfuerzo de frenado será:

$$R_A = -3,93 \times W \times \frac{v}{d}$$

Esta resistencia a la aceleración es poco importante en movimiento de tierras, pero en el caso de frenado cobra cierta importancia ya que interesa conocer la distancia o el esfuerzo de frenado del vehículo.

2.4.4 RESISTENCIA AL AIRE.

Esta resistencia no se suele tener en cuenta dado que las velocidades de los vehículos y maquinaria de obra son pequeñas y se sabe que la resistencia al aire es proporcional al cuadrado de la velocidad.

De modo que $R_{AIRE} = K \times S \times V^2$ siendo V (m/s) la velocidad del vehículo, S la superficie desplazada normal a la dirección del movimiento y K un coeficiente que depende de la forma de la máquina (más o menos aerodinámica) y que está comprendido entre 0,02 y 0,08.

Sin embargo, contra viento fuerte la resistencia al aire es un factor significativo. La cantidad determinante es el movimiento relativo del aire respecto al vehículo. Si la velocidad de la máquina es de 16 Km/h y la velocidad del aire en sentido contrario es de 64 Km/h la velocidad relativa resultante será de 80 Km/h. La resistencia al aire deberá tenerse en cuenta para valores de velocidad relativa superiores a 80 Km/h.

2.5 ECUACION DEL MOVIMIENTO Y DETERMINACIÓN DE VELOCIDADES.

Definidas todas las fuerzas que actúan en el movimiento de las máquinas de movimiento de tierras, ahora hay que estudiar las relaciones entre ellas.

Los factores que se oponen al movimiento son:

$$\text{Resistencia a la rodadura: } R_R = f_r \times W$$

$$\text{Resistencia a la pendiente: } R_P = \pm 10 \times i \times W$$

$$\text{Resistencia a la aceleración: } R_{acel.} = 28,29 \times W \times v/t \text{ ó } R_{acel.} = 3,93 \times W \times v^2/t$$

$$\text{Resistencia al aire: } R_{aire} = K \times S \times v^2$$

La resistencia total será la suma de todas las anteriores, cuya expresión será:

$$R_{total} = f_r \times W \pm 10 \times i \times W + R_{acel} + K \times S \times v^2$$

Si no, se consideran, como se dijo anteriormente, la resistencia a la aceleración y la resistencia al aire resulta:

$$R_{total} = f_r \times W \pm 10 \times i \times W$$

El esfuerzo que la máquina debe suministrar a los elementos motrices para superar las resistencias antes enumeradas es el menor de los siguientes valores:

Tracción utilizable: $T_U = W \times f_T$ para que exista adherencia y el vehículo avance.

Tracción disponible: (es función de la velocidad) T_D . Esta variará en función de la marcha y de la velocidad alcanzada por la máquina. Se deberá tener que:

$$T_D \text{ y } T_U \geq R_{\text{total}}$$

Recíprocamente, conocida la resistencia total y las tracciones utilizable y potencia útil Se puede obtener la máxima velocidad que es capaz de alcanzar la máquina en sus desplazamientos.

Todo lo que se ha expresado anteriormente de forma numérica también se puede representar gráficamente en un sistema de ejes coordenados, Fig. 2.8, en el cual se colocan en abscisas las velocidades del vehículo y en ordenadas las tracciones, resultando la curva T_D para plena potencia del motor y una reducción determinada de la caja de cambios.

También se representa la curva T_U , que es una recta al ser independiente de las velocidades y puede cortar a la curva T_D , o ser exterior T_U'

- Caso T_U :
- v_1 : $T_U < T_D$, deslizamiento
 - v_2 : $T_U = T_D$, $> R_T$, v_2 es válida
 - v_3 : $T_U > T_D$, $T_D = R_T$, v_3 es válida
 - v_4 : $T_U > T_D$, $T_D < R_T$, falta potencia luego $v_2 < v < v_3$

- Caso T_U' :
- v debe ser inferior a v_3 , pero está limitada inferiormente por el valor v_5 de máx. T_D , porque a su izquierda hay inestabilidad del vehículo (falta reducción en la caja de cambios).

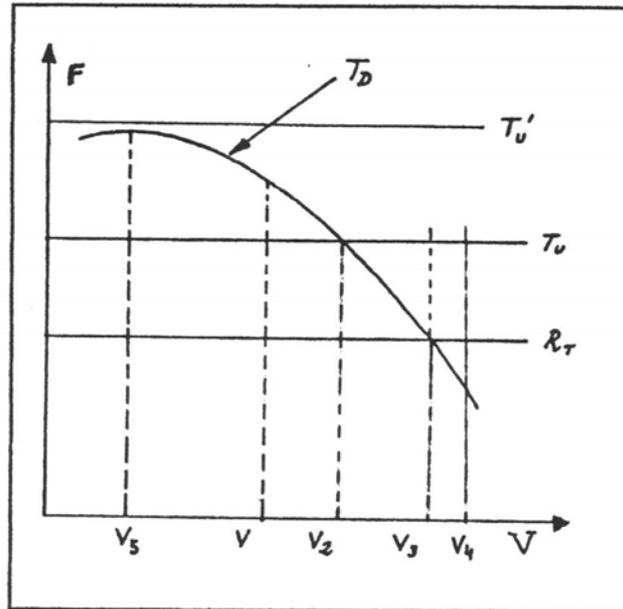


Fig. 2.8

Aplicando lo anterior si $T_U \geq T_D$, siendo $R_T = W \times (f_R + 10 \times i)$, $T_U = f_T \times W_D \times 1.000$ y como debe ser $T_D \geq R_T$, resulta $T_U \geq R_T$ y sustituyendo $f_T \times W_D \times 1.000 \geq W \times (f_R + 10 \times i)$ debe cumplirse:

$$1.000 \times f_T \times W_D / W \geq f_R \pm 10 \times i$$

entonces:

$$v = \frac{Pot \times \rho}{T_D} \leq \frac{Pot \times \rho}{R_T} = \frac{Pot \times \rho}{W \times (f_R \pm 10 \times i)}$$

Los fabricantes de tractores dan gráficas para cada modelo de tractor donde elegida una marcha F1, F2, F3, se obtienen la gama de velocidades y tracción disponible.